

BÀI TẬP CHƯƠNG 1

Bài 1. Gọi $P(x)$ là mệnh đề " $x \leq 4$ ". Những mệnh đề sau đây là mệnh đề luôn ĐÚNG?

- a) $P(0)$
- b) $P(4)$
- c) $P(6)$

Bài 2. Xác định giá trị ĐÚNG của mỗi mệnh đề sau, nếu mỗi giá trị là số thực

- a) $\exists x(x^2 = 2)$
- b) $\exists x(x^2 = -1)$
- c) $\forall x(x^2 + 2 \geq 1)$
- d) $\forall x(x^2 \neq x)$

Bài 3. Cho p, q là các mệnh đề. Hai mệnh đề $(p \rightarrow q) \rightarrow q$ và $p \vee q$ có tương đương logic không? Vì sao?

Bài 4. Cho các mệnh đề A, B và C thỏa mãn $(A \wedge C) \rightarrow (B \wedge C)$ và $(A \vee C) \rightarrow (B \vee C)$ là các mệnh đề đúng. Chứng minh rằng $A \rightarrow B$ là mệnh đề đúng.

Bài 5. Cho $A = \{a, b, c, d\}, B = \{x, y\}$. Xác định

- a) $A \times B$
- b) $(A \setminus B) \times (B \setminus A)$
- c) $(A \cap B) \cup (A \setminus B)$
- d) $B \times A$

Bài 6. Hai tập hợp $(A \times B) \times (C \times D)$ và $A \times (B \times C) \times D$ có giống nhau không? Vì sao?

Bài 7. Cho A, B, C, D là các tập hợp bất kỳ. Chứng minh

- a) $(A \cup B) \cap C \subset A \cup (B \cap C)$
- b) $A \cap (B - C) \subset (A \cap B) - (A \cap C)$
- c) $(A \cup B) - C \subset (A - C) \cup (B - C)$
- d) $A \cap B = \overline{\overline{A} \cup \overline{B}}$
- e) $(A - B) \cup (B - A) \cup (A \cap B) = A \cup B$

Bài 8. Cho $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, xác định bởi $f(x; y) = (x^3 - 2y; 2x + y)$. Hỏi f có đơn ánh, toàn ánh, song ánh không?

Bài 9: Xét $A = \mathbb{Z} \times (\mathbb{Z} - \{0\})$ và quan hệ R trên A xác định như sau:

Với $(a, b), (c, d) \in A$, $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow ad = bc$. Chứng minh R là quan hệ tương đương.

Bài 10: Xét các quan hệ sau trên tập số nguyên:

$R_1 = \{(a, b) \mid a = b \text{ hoặc } a = -b\}$; $R_2 = \{(a, b) \mid a = b + 1\}$

Các cặp số sau có quan hệ nào $(1, 1), (1, 2), (2, 1), (1, -1)$ và $(2, 2)$? Quan hệ nào là đối xứng? Phản đối xứng?

Bài 11: Xác định xem quan hệ R sau đây trên tập con người có tính chất phản xạ, đối xứng, bất đối xứng và/hoặc truyền ứng hay không:

- a) a cao hơn b .
- b) a và b sinh cùng ngày.
- c) a và b cùng họ.
- d) a và b có cùng ông bà.

Bài 12: Định nghĩa ba quan hệ tương đương trên tập sinh viên lớp toán rời rạc (khác với các quan hệ tương đương ở trên) xác định các lớp tương đương của mỗi quan hệ.

Bài 13: Cho tập: $S = \{1, 2, \dots, 100\}$; $S_1 = \{x \in S : x \bmod 2 = 0\}$; $S_2 = \{x \in S : x \bmod 3 = 0\}$; $S_3 = S - H - W$.

Hỏi $\{S_1, S_2, S_3\}$ có là một phân hoạch của S ?

Bài 14: Cho ánh xạ $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x^3 + 1$. f có là toàn ánh?

Bài 15: Chứng minh rằng ánh xạ $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ định nghĩa bởi: $T(x_1, x_2) = (x_1 + x_2, x_1 - x_2)$ là một song ánh

Bài 16: Cho ánh xạ $f: [0, \infty) \rightarrow [1, \infty)$ xác định bởi: $f(x) = 1 + x^2$ ($x \geq 0$)

- a. $A = [-1, 5]$. Tìm $f(A)$ và $f^{-1}(A)$.
- b. Tìm nghịch ảnh của f

Bài 17: Cho ánh xạ $f(x) = x^3 - x$ từ $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Tìm tập xác định A để f là song ánh

Bài 18: Cho $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = x^2 - 4x + 6$. Tập $A = [-2; 4]$. Xác định $f(A)$ và $f^{-1}(A)$